

Übungsblatt 8

15. Mai 2019

Aufgabe 51

Der Spannungszustand in einem Materialpunkt ist durch den folgenden Spannungstensor gegeben.

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} 18 & 0 & 24 \\ ? & -50 & 0 \\ ? & ? & 32 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

1. Bestimme die fehlenden Komponenten des Spannungstensors $\underline{\underline{\sigma}}$.
2. Berechne die Invarianten I_1, I_2, I_3 .
3. Finde die Hauptspannungen $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ und stelle den Spannungstensor in Hauptachsenform dar, dieser wird als $\underline{\underline{P}}$ bezeichnet.
4. Zeige, dass die Invarianten von $\underline{\underline{\sigma}}$ und $\underline{\underline{P}}$ dieselben Werte annehmen.

Aufgabe 52

In einem Materialpunkt wird der Spannungszustand durch den folgenden Spannungstensor beschrieben.

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -2 \\ & 5 & 0 \\ \text{sym.} & & 4 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

1. Bestimme den Spannungsvektor $\underline{t}^{(n)}$ für einen Schnitt mit dem Normalenvektor $\underline{n} = \frac{2}{3}\underline{e}_x - \frac{2}{3}\underline{e}_y + \frac{1}{3}\underline{e}_z$.
2. Berechne weiters die normale und tangential Komponente des Spannungsvektors $\underline{t}^{(n)}$.

Aufgabe 53

Der Spannungszustand in einem Materialpunkt wird beschrieben durch den Spannungstensor

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ ? & 0 & 2 \\ ? & ? & 0 \end{pmatrix} \text{ MPa.}$$

Bestimme:

1. die fehlenden Komponenten des Spannungstensors sowie die Hauptspannungen.
2. die Hauptachsenrichtungen und die Hauptachsenform des Spannungstensors.

Aufgabe 54

Der Spannungszustand in einem Materialpunkt ist durch den folgenden Spannungstensor gegeben.

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} 100 & 20\sqrt{3} & 0 \\ ? & 60 & 0 \\ ? & ? & 10 \end{pmatrix} \text{ N/mm}^2$$

1. Bestimme die fehlenden Komponenten des Spannungstensors $\underline{\underline{\sigma}}$.
2. Berechne die Hauptspannungen.
3. Berechne die Deviatorspannungen.
4. Finde die Invarianten des Deviators J_1, J_2, J_3 .

Aufgabe 55

In einem Materialpunkt wird der Spannungszustand durch den folgenden Spannungstensor beschrieben.

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 12 \\ ? & 20 & 4 \\ ? & ? & 9 \end{pmatrix} \cdot 10^2 \text{MPa}$$

Bestimme

1. die fehlenden Komponenten des Spannungstensors.
2. die Zerlegung in hydrostatischen und deviatorischen Anteil.
3. die Invarianten des Kugeltensors.
4. die Invarianten des Deviators.

Aufgabe 56

In einem Materialpunkt wird der Spannungszustand durch den Spannungstensor

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} 6xy & 10y^2 & 0 \\ \text{sym.} & 0 & 2z \\ & & 0 \end{pmatrix} \cdot 10^1 \text{MPa}$$

beschrieben.

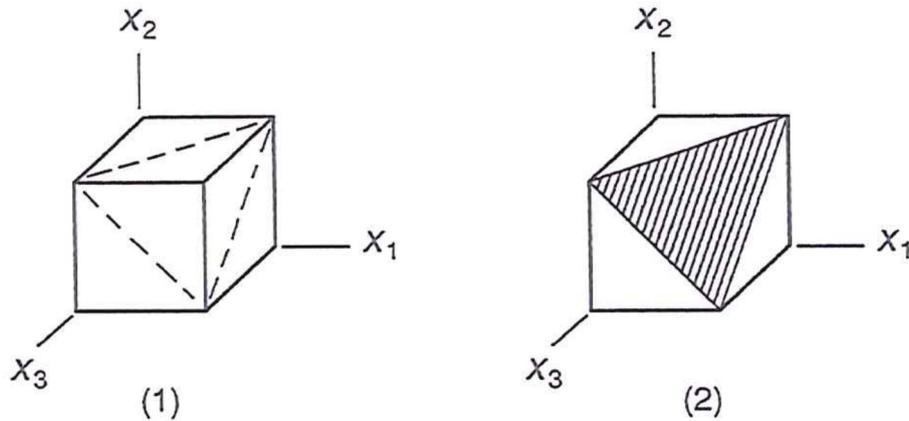
Bestimme den Spannungsvektor $\underline{t}^{(\underline{n})}$ unter einem Schnitt dessen Richtungsvektor \underline{n} normal auf die Tangentialebene der Zylinderfläche $y^2 + z^2 = 6$ im Punkt $P(3, 1, \sqrt{5})$ mm steht.

Aufgabe 57

In jedem Materialpunkt des in (1) gezeichneten Würfels wird der Spannungszustand durch den Spannungstensor

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} 100 & -100 & 0 \\ -100 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix} \text{MPa}$$

beschrieben.



Bestimme

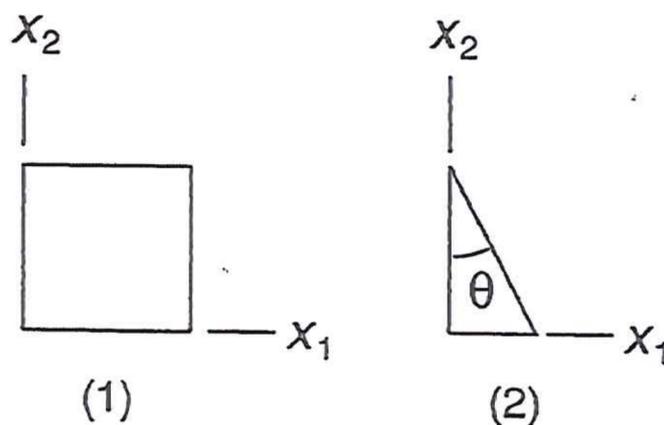
1. den Spannungsvektor $\underline{t}^{(n)}$ unter dem in (2) gezeigten Schnitt.
2. die Normal- und Schubkomponente des Spannungsvektors $\underline{t}^{(n)}$.

Aufgabe 58

In jedem Materialpunkt des in (1) gezeichneten Würfels wird der Spannungszustand durch den Spannungstensor

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \text{sym.} & \sigma_{yy} & 0 \\ & & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

beschrieben.



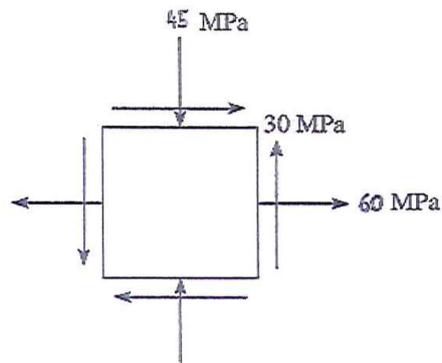
Bestimme

1. den Spannungsvektor $\underline{t}^{(n)}$ unter dem in (2) gezeigten Schnitt.
2. die Normal- und Schubkomponente des Spannungsvektors $\underline{t}^{(n)}$.

Aufgabe 59

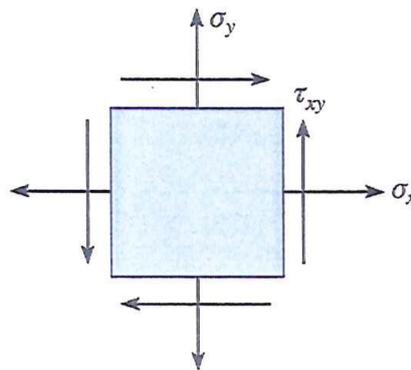
In einer dünnen Platte liegt ein ebener Spannungszustand vor.

Bestimme rechnerisch und mittels Mohr'schem Spannungskreis die Spannungen in einem um 30° im Uhrzeigersinn gedrehten Schnitt.



Aufgabe 60

In einer dünnen Platte liegt der ebene Spannungszustand $\sigma_x = -15\text{MPa}$, $\sigma_y = 10\text{MPa}$, $\tau_{xy} = 8\text{MPa}$ vor.

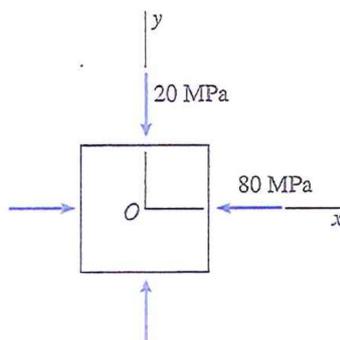


Bestimme rechnerisch und mittels Mohr'schem Spannungskreis:

1. die Hauptspannungen und ihre Richtungen,
2. die maximale Schubspannung und ihre Richtung.

Aufgabe 61

In einer dünnen Platte liegt der ebene Spannungszustand $\sigma_x = -80\text{MPa}$, $\sigma_y = -20\text{MPa}$ vor.

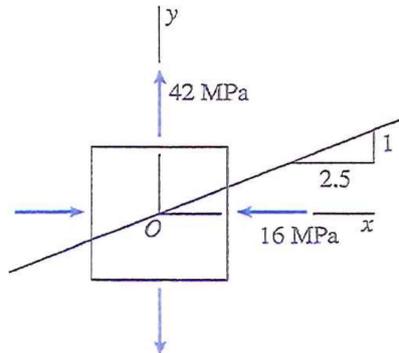


Bestimme rechnerisch und mittels Mohr'schem Spannungskreis:

1. die Spannungen für den Schnitt $\theta = 22.5^\circ$ zur x-Achse,
2. die maximale Schubspannung, ihre Richtung und die zugeordneten Normalspannungen.

Aufgabe 62

In einer dünnen Platte liegt der ebene Spannungszustand $\sigma_x = -16\text{MPa}$, $\sigma_y = 42\text{MPa}$ vor.



Bestimme rechnerisch und mittels Mohr'schem Spannungskreis:

1. die Spannungen für den gezeichneten Schnitt,
2. die maximale Schubspannung, ihre Richtung und die zugeordneten Normalspannungen.

Aufgabe 63

Ein Verschiebungsfeld in kartesischen Koordinaten ist wie folgt gegeben.

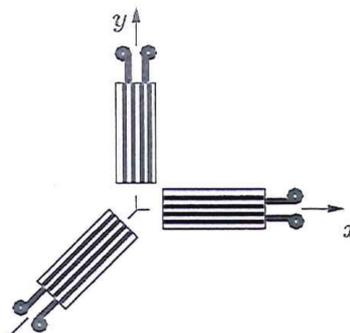
$$\underline{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y + 4z \\ 4\sqrt{2}x + 3z \end{pmatrix}$$

Bestimme:

1. den Verzerrungstensor $\underline{\underline{\epsilon}}$,
2. die Hauptdehnungen und die Hauptdehnungsrichtungen,
3. die Volumendilatation.

Aufgabe 64

Mit einer Dehnungsmessstreifenrosette lt. Abbildung werden auf der Oberfläche eines Bauteiles die Dehnungen ε_0 , ε_{45} und ε_{90} in den Richtungen unter 0° , 45° und 90° zur x-Achse gemessen.



Bestimme die Hauptdehnungen und die Hauptdehnungsrichtungen.

Aufgabe 65

In einem Materialpunkt liegt der ebene Dehnungszustand $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ und γ_{xy} vor.

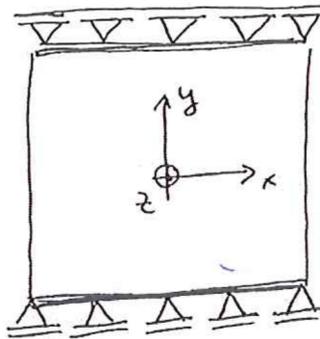
Bestimme rechnerische und mit dem Mohr'schen Dehnungskreis:

1. die Hauptdehnungen und ihre Richtungen,
2. die maximale Scherung und ihre Richtung.

Aufgabe 66

Eine quadratische Platte wird an zwei gegenüberliegenden Rändern starr gelagert. Die Lager werden um $\Delta a = 0.1\text{mm}$ zusammengedrückt und die Platte eingeklemmt. Wie groß sind in diesem Zustand die Spannungen und Dehnungen?

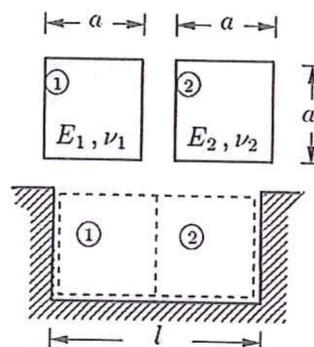
Geg.: a, E, ν



Aufgabe 67

Zwei quadratische Scheiben aus verschiedenem Material haben im unbelasteten Zustand die Seitenlänge a . Sie werden lt. Skizze in einen starren Sockel eingepresst, dessen Öffnung l kleiner ist als $2a$.

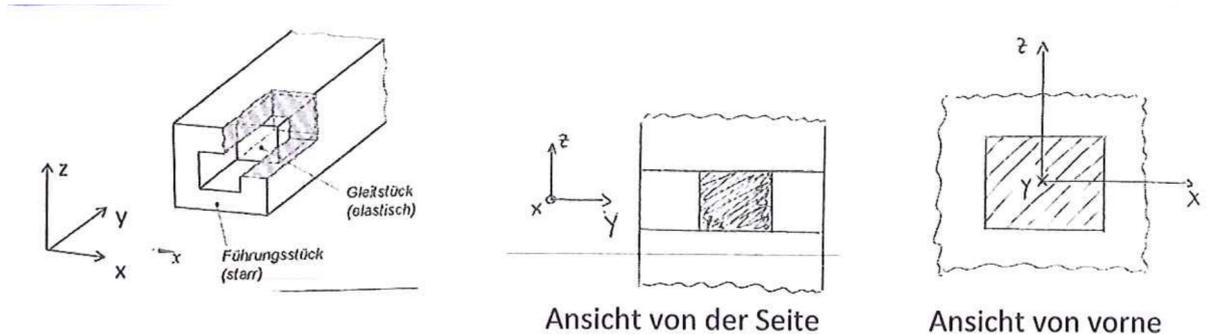
Ermittle die Spannungen und die Änderungen der Seitenlänge unter der Annahme, dass die Scheiben an allen Rändern reibungsfrei gleiten können.



Aufgabe 68

Ein Gleitstück aus Stahl passt im spannungsfreien Zustand in ein völlig starres Führungsstück (reibungsfreie Betrachtung). Dann wird das Gleitstück um ΔT erwärmt. Wie groß sind die Spannungen und Dehnungen in x -, y - und z -Richtung?

Gegeben: E, ν, α_T



Aufgabe 69

Gegeben ist ein Stahlquader mit quadratischer Grundfläche mit der Seitenlänge a , der Höhe h , einem Elastizitätsmodul E , einer Querkontraktionszahl ν und einem Wärmeausdehnungskoeffizienten α_T . Im unbelasteten Zustand passt der Quader genau in einen Hohlraum mit starren Wänden.

Gesucht ist die Änderung der Höhe h des Quaders, Δh , für den Fall, dass

1. eine Kraft F von oben auf den Quader wirkt (Druckbelastung).
2. die Temperatur des Quaders um ΔT erhöht wird.

Viel Spaß beim Üben!

Who the heck is General Failure and why is he reading my harddisk?