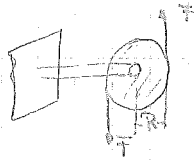


Bsp. 90:



(a) $\tau_{max} = \frac{M_T}{W_T}$, $M_T = 2F \cdot R$ (über statische Kond.)

$$J_T^{kin} = \frac{d^4 \pi}{32} = \frac{16r^4 \pi}{32} = \frac{r^4 \pi}{2}$$

$$W_T = \frac{J_T}{r} = \frac{r^3 \pi}{2}$$

$$\tau_{max} = \frac{M_T}{W_T} = \frac{2F \cdot R}{\frac{r^3 \pi}{2}} = \frac{4FR}{r^3 \pi}$$

Um Torsion nicht zu überschreiten:

$$\tau_{max} \leq \tau_{zul} \rightarrow \frac{4FR}{r^3 \pi} \leq \tau_{zul}$$

$$F \leq \frac{r^3 \pi}{4R} \tau_{zul} = \frac{20^3 \pi}{4 \cdot 200} 150 = 4712 \text{ N} \rightarrow \text{Grenzf. Fall: } \boxed{F_{zul} = 4712 \text{ N}}$$

$$\left[\frac{\text{mm}^3}{\text{mm}} \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] = [\text{N}]$$

(b) Verdrehung für τ_{max} :

$$\chi = \frac{M_T \cdot l}{G \cdot J_T}$$

weil $M_T = 2F_{max} \cdot R = 2R \cdot \frac{r^3 \pi}{4R} \tau_{zul} = \frac{r^3 \pi}{2} \tau_{zul}$

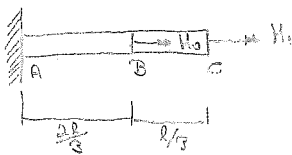
$$J_T^{kin} = \frac{r^4 \pi}{2}$$

$$\chi = \frac{\frac{r^3 \pi}{2} \tau_{zul} \cdot l}{G \cdot \frac{r^4 \pi}{2}} = \frac{\tau_{zul} \cdot l}{G \cdot r} = \frac{150 \text{ N/mm}^2 \cdot 5000 \text{ mm}}{0.8 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2 \cdot 20 \text{ mm}} = 0.47 \text{ rad}$$

$$\chi = 0.47 \frac{180}{\pi} = 27^\circ \rightarrow \boxed{\chi_{max} = 27^\circ}$$

Bsp. 91:

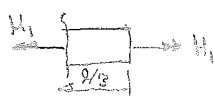
geg.: M_0, d, l



a) M_0 für $\chi_C = 0$:

Verdrehwinkel aus beiden Bereichen addieren sich (Superposition): $\chi_C = \chi_{AB} + \chi_{BC}$

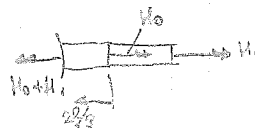
BC:



$$\chi_{BC} = \frac{M_1}{G J_T} \frac{l}{3}$$

↖ Wirkende Länge

AB:



$$\chi_{AB} = \frac{M_1 + M_0}{G J_T} \frac{2l}{3}$$

$$\chi_C = \chi_{AB} + \chi_{BC} = \frac{M_1}{G J_T} \frac{l}{3} + \frac{M_1 + M_0}{G J_T} \frac{2l}{3} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{2}{3GJ_T} [2H_1 + 2H_2 + H_3] = 0$$

$$\rightarrow 3H_1 + 2H_2 = 0 \rightarrow \boxed{H_1 = -\frac{2}{3}H_2}$$

b) τ_{max} ? $\rightarrow$ bei größten Torsionsmoment

$$\rightarrow \text{also bei } H_1 \rightarrow |H_{max}| = \frac{2}{3}H_2$$

$$\text{daher } \tau_{max} = \frac{H_{max}}{J_T} \quad \text{mit } \underline{J_T} = \frac{J_T}{r} = \frac{r^4 \pi}{2r} = \frac{r^3 \pi}{2}$$

$$\tau_{max} = \frac{2 H_2 \cdot 2}{3 r^3 \pi} = \frac{4 H_2}{3 \pi \frac{d^3}{2}} = \frac{8 H_2}{3 \pi d^3} \rightarrow \boxed{\tau_{max} = \frac{8 H_2}{3 \pi d^3}}$$

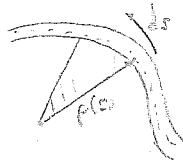
Bredt'sche Formeln

Gültig für geschl., dünnwandige Wirtgusschlitze unter reinen Torsionsbeanspruchung.

1. Bredt'sche Formel

$$\boxed{H_T = 2 A_m T}$$

woher: $A_m = \frac{1}{2} \oint p(s) ds$... ^{geschloss.} ... in Querschnittsfläche umflossene Fläche



H_T ... Torsionsmoment
 T ... Schubfluss
 oder auch $\frac{1}{2} \oint$ (wie auf Abb. 10.1.1.1)

2. Bredt'sche Formel

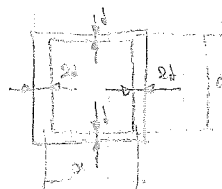
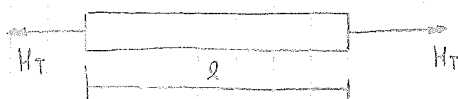
$$\boxed{\chi_{spz} = \frac{T}{2G A_m} \oint \frac{ds}{t(s)}}$$

..... spz. Drehwinkel

$$\text{aus } \chi_{spz} = \frac{\chi}{2} = \frac{H_T}{G J_T} \quad \text{woher: } J_T = \frac{4 A_m^2}{\oint \frac{ds}{t(s)}}$$

für nicht geschl. Profile: $J_T = \sum_i \frac{t_i d_i^3}{3}$

Bsp. 92:



a) geschlossenes Profil, Bredt'sche Formeln anwendbar

1.BT: $H_T = 2 A_m T$, $A_m = a^2$ Umschlossene Fläche $\rightarrow a \cdot a$

$T = T_{zul} \cdot l$ Schubfluß

$H_{T_{zul}} = 2 a^2 T_{zul} \cdot l \rightarrow H_{T_{zul}} = 2 \cdot (200 \text{ mm})^2 \cdot 40 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \text{ mm} = 6.4 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = \boxed{6400 \text{ Nmm}}$

2.BT: $\chi_{zul, \text{opt}} = \frac{T}{2 G A_m} \int \frac{ds}{t(s)}$, $\int \frac{ds}{t(s)} = 2 \left(\frac{a}{4} + \frac{a}{24} \right)$

$\chi_{zul, \text{opt}} = \frac{T_{zul} \cdot l}{2 G a^2} \cdot 2 \left(\frac{a}{4} + \frac{a}{24} \right) = \frac{T_{zul} \cdot l}{G a} \cdot \left(1 + \frac{1}{6} \right)$
 $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$\chi_{zul, \text{opt}} = \frac{3 T_{zul} \cdot l}{2 G a}$

$\chi_{zul} = \chi_{zul, \text{opt}} \cdot l = \frac{3}{2} \cdot \frac{T_{zul} \cdot l^2}{G a} = \frac{3}{2} \cdot \frac{40 \cdot 5}{0.8 \cdot 10^5 \cdot 0.2} = 1.68 \cdot 10^{-2} \text{ rad} = \frac{180}{\pi} \cdot 1.68 \cdot 10^{-2} = \underline{1.07^\circ}$

$\boxed{\chi_{zul} = 1.07^\circ}$

b) offenes Profil, Vorgehensweise Formeln anwendbar

$T_{zul} = \frac{H_{T_{zul}}}{l} \rightarrow H_{T_{zul}} = T_{zul} l$

$J_T = \frac{J_T}{d_{\text{max}}} = \frac{J_T}{24}$, $J_T = \sum \frac{2 d_i^3}{3} = \frac{1}{3} \cdot 2 \left(4^3 a + (21)^3 a \right) = \frac{2}{3} a d^3 (1 + 8) = \frac{18}{3} a d^3$
 $d_{\text{max}} = 24$
 $J_T = 6 a d^3$

$W_T = \frac{J_T}{d_{\text{max}}} = \frac{6 a d^3}{24} = 3 a d^2$

also $H_{T_{zul}} = T_{zul} 3 a d^2 = 40 \cdot 3 \cdot 200 \cdot d^2 = 24 \cdot 10^4 \text{ Nmm} \rightarrow \boxed{H_{T_{zul}} = 2400 \text{ Nmm}}$

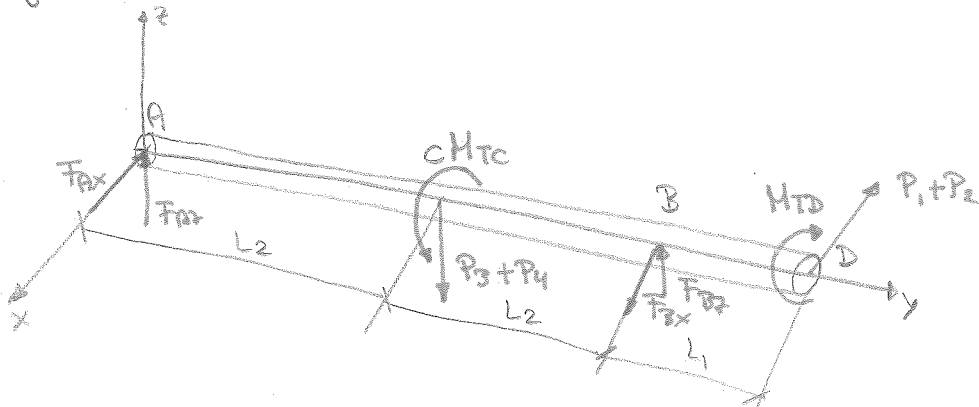
Winkel:

$\chi_{zul} = \frac{H_T \cdot l}{G J_T} = \frac{T_{zul} l \cdot l}{G J_T} = \frac{T_{zul} l^2}{24 \cdot G J_T} = \frac{T_{zul} \cdot l}{24 G} = \frac{40 \cdot 5000}{2 \cdot 2 \cdot 0.8 \cdot 10^5} = 0.625 \text{ rad}$

$\boxed{\chi_{zul} = 35.8^\circ}$

Fazit: geschlossenes Profil deutlich torsionssteifer und verformt sich weniger!

Aufgabe 34:



Vorläufe errechnen bzw. zeichnen $\rightarrow$ kritische Punkte B & C.

Bsp. Biegemoment bei C:

$$M_C = \sqrt{M_{Cx}^2 + M_{Cy}^2} = \sqrt{(F_{Ax} L_2)^2 + (F_{Ay} L_2)^2} = \underline{124.5 \text{ Nm}}$$

Bsp. Biegemoment bei B:

$$M_B = \sqrt{M_{Bx}^2 + M_{By}^2} = \sqrt{[F_{Ax} \cdot (2L_2) - (P_3 + P_4) L_2]^2 + [F_{Ay} (2L_2)]^2} = \underline{751 \text{ Nm}}$$

Dimensionierung 2l. Schubspannungshypothese (als deren Spannungszustand):

$$\tau_{\text{zul}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \sqrt{\left(\frac{M r}{2I}\right)^2 + \left(\frac{T r}{I_p}\right)^2}$$

$$\text{oder } \tau_{\text{max, der}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Welle: mit $I = \frac{\pi r^4}{4}$, $I_p = \frac{\pi r^4}{2}$ folgt:

$$\tau_{\text{zul}} = \frac{2}{\pi r^3} \sqrt{M^2 + T^2}$$

$$\text{oder } r = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi \tau_{\text{zul}}} \sqrt{M_C^2 + T_C^2}}$$

für Punkt C: gleich Torsionsmoment als B
da größtes Biegemoment

$$\rightarrow r = 0.0117 \text{ m} \text{ also Durchmesser mind. } \underline{d = 23.3 \text{ mm}}$$